CURSUL 1 : GESTIUNEA RISCULUI

2006 , semestrul 2

Autor : conf.dr. D.P.Vasiliu

A : INTRODUCERE

- Riscul apare numai in cazul luarii unei decizii : cine nu are de luat o decizie , nu risca nimic.

PRECIZARE : in cele ce urmeaza , a lua o decizie inseamna a alege o singura varianta , dintr-o multime data de variante .
Se presupune ca decidentul cunoaste (total sau partial) caracteristicile variantelor din care urmeaza sa faca alegerea.
Aceste caracteristici vom presupune ca sunt de doua tipuri : " ***calitati*** " si " ***defecte*** ".

- A aprecia " cat de mare " este riscul in cazul alegerii unei anumite variante , este un proces cu o componenta subiectiva : totusi , exista si cazuri speciale , in care modalitatea de masurare a riscului apare deosebit de clar.

Exemplu : - am o urna , continand numai bile albe : care este riscul de a extrage o bila neagra din acea urna ?
Raspuns : evident ca riscul este zero , nici macar nu exista astfel de bile (negre) in urna .

- am o urna , cu 70 % bile albe si 30 % bile negre : extrag la intimplare o bila din aceasta urna , avand interesul ca bila extrasa sa fie alba.
Cat de mare este riscul pe care mi-l asum ?
Raspuns : este clar ca riscul consta in a extrage o bila neagra , ceeace se poate intampla in 30 % din cazuri : deci este natural sa spun ca riscul este de 30 %.

In cele mai multe situatii insa , nu pot aprecia care este marimea riscului , nici macar in mod subiectiv , dar imi este destul de clar **care anume dintre doua variante este mai riscanta** .

- **De exemplu** : lucrez in domeniul asigurarilor de persoane : la mine se prezinta doua persoane , solicitand cate o polita de asigurare de viata in valoare de 20000 $;
- persoana A , in varsta de 80 de ani , bolnav de diabet ;
- persoana B , in varsta de 25 de ani , sportiv de performanta .

Care dintre cele doua asigurari atrage dupa sine un risc mai mare de a ma obliga sa platesc despagubirea in caz de deces , intr-un viitor apropiat ?

Raspunsul este evident : in cazul persoanei A , **riscu**l platii despagubirii **este mai mare** decat in cazul persoanei B.

Dar , atentie ! asta nu inseamna ca este sigur ca , incheind afacerea cu persoana B , nu voi fi totusi obligat la plata chiar in ziua urmatoare incheierii contractului : in fond , cine poate sa garanteze ?

REGULA nr. 1 : o apreciere asupra nivelului riscului , **in mod absolut** (adica prin determi – narea efectiva a nivelului riscului) sau **in mod relativ (** adica prin ierarhi – zarea obiectelor pe baza gradului de risc , dar fara cunoasterea efectiva a marimii riscului) **, nu confera nici o garantie in cazul unui numar mic** de cazuri individuale (prin " cazuri individuale " am inteles " situatii in care sunt pus sa iau decizii) .

II. Notiunea de " functie de utilitate " in probleme de risc.

- Avem o serie de " obiecte " : A_1 , A_2 ,…

- O " decizie " va consta in a alege un obiect din aceasta serie .

- In aprecierea obiectelor , se iau inconsiderare caracteristicile K^1 , K^2 , …. (de exemplu , K^1 = " culoarea " , K^2 = " tipul " , K^3 = " pretul de achizitie ") :
  Caracteristicile obiectului A_j sunt :

$$\mathbf{k_j^1 ; k_j^2 ; ...}$$

De exemplu : - obiectele sunt : A_1 = " Cotnari ", A_2 = " Murfatlar " ;
- caracteristicile sunt : K^1 = " culoarea " , K^2 = " tipul " , K^3 = " pretul de achizitie " ;
- pentru A_1 : $\mathbf{k_1^1 = "roze"; k_1^2 = "demi\,sec"; k_1^3 = "scump"}$
- pentru A_2 : $\mathbf{k_2^1 = "alb"; k_2^2 = "sec"; k_2^3 = "foarte\ \ scump"}$.

In general , caracteristicile pot avea actiuni contrare sau contradictorii : de exemplu , obiectul este frumos , dar se strica repede ; este ieftin , dar implica cheltuieli mari de functionare , etc) .

O " functie de utilitate " este o formula , procedura , tehnica , etc , prin care , pe baza seriei de caracteristici individuale , stabilim un punctaj (scor) unic asociat obiectului respectiv : ideea acestui punctaj este urmatoarea

cu cat punctajul asociat obiectului este mai mare , cu atat riscul asumat prin alegerea acelui obiect este mai mic , adica obiectul este mai bun .

Observare : evident ca si o functie de utilitate se stabileste tot prin optiuni subiective !

III : FUNCTIE DE UTILITATE CONSTRUITA PE BAZA UNUI SONDAJ

Este modul cel mai simplu de a obtine o functie de utilitate de calitate suficient de buna , pe baza asumarii opiniilor unor specialisti in domeniu .
Avantajul acestei proceduri este ca functia se poate perfectiona pe masura aplicarii , prin aprecierea rezultatelor practice , si prin eliminarea opiniilor care nu sunt suficient corelate cu rezultatele reale.

Exemplul 1 : am chestionat 20 de persoane care lucreaza in domeniul acordarii de credite catre persoane juridice : intrebarea pe care o punem este urmatoarea : " cum apreciati nivelul riscului , in functie de marimea creditului solicitat si de vechimea firmei respective ? ".

In urma efectuarii sondajului , se va completa urmatorul tabel :

vechimea firmei \ cifra de afaceri	sub 10 mil. USD	10 la 30 mil. USD	peste 30 mil. USD
sub 2 ani			
de la 2 la 4 ani			
peste 4 ani			

Pe baza raspunsurilor primite , am completat tabelul astfel :

	mic: 10, med: 5, mare: 5	mic: 7, med: 7, mare: 6	mic: --, med: 15, mare: 5
	mic: 12, med: 4, mare: 4	mic: 12, med: 7, mare: 1	mic: 3, med: 10, mare: 7
	mic: 14, med: 4, mare: 2	mic: 8, med: 8, mare: 4	mic: 8, med: 9, mare: 3

Pentru a conferi valori functiei de utilitate , vom folosi conventiile urmatoare :

- " risc mic " = 10
- " risc mediu " = 5
- " risc mare " = 0 .
- in fiecare locatie din tabel , vom considera ca valoarea functiei de utilitate este media ponderata a notelor acordate , avand ca ponderi numarul de optiuni exprimate .

De exemplu : pentru firmele din categoria : (peste 5 ani vechime) si (sub 10 mil $) obtinem :

$$(14 \cdot 10 + 4 \cdot 5 + 2 \cdot 0)/20 = 8.$$

In final : notand

$$\begin{cases} \text{"vechime sub 2 ani"} = a_1 \\ \text{"vechime 2 la 4 ani"} = a_2 \\ \text{"vechime peste 4 ani"} = a_3 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{"sub 10 mil"} = b_1 \\ \text{"10 la 30 mil."} = b_2 \\ \text{"peste 30 mil."} = b_3 \end{cases}$$

obtinem tabelul de valori ale functiei de utilitate de mai jos :

	b1	b2	b3
a1	u(a1,b1)=8,75	u(a1,b2)=5,25	u(a1,b3)=3,75
a2	u(a2,b1)=7	u(a2,b2)=7,75	u(a2,b3)=4
a3	u(a3,b1)=8	u(a3,b2)=6	u(a3,b3)=6,25

Asadar , dupa opiniile celor 20 de specialisti , si daca tinem seama de interpretarea “cu cat utilitatea este mai mare , cu atat riscul este mai mic” , ordinea categoriilor de firme va fi :

- locul 1: firmele corespunzand lui (a_1 , b_1) ;
- locul 2: firmele corespunzand lui (a_3 , b_1) ;
- locul 3: firmele corespunzand lui (a_2 , b_2) ;
- locul 4: firmele corespunzand lui (a_2 , b_1) ;
- locul 5: firmele corespunzand lui (a_3 , b_3) ;
- locul 6: firmele corespunzand lui (a_3 , b_2) ;
- locul 7: firmele corespunzand lui (a_1 , b_2) ;
- locul 8: firmele corespunzand lui (a_2 , b_3) ;
- locul 9: firmele corespunzand lui (a_1 , b_3) .

IV : FUNCTII DE UTILITATE FOLOSITE IN PROBLEME FINANCIARE

Functia de utilitate masoara preferintele perticipantilor la procesul economic .
Preferintele privesc : - marimea rezultatului dorit
- marimea efortului necesar obtinerii acestui rezultat.

Clasificarea functiilor de utilitate :

- functii de utilitate **de tip ordinal** (adica : avand valori ne -numerice)
  de exemplu : - X = marimea beneficiului relativ
  - u = functia de utilitate , data de :

$$\begin{cases} \mathbf{u(X \le 0{,}3) = "rau"} \\ \mathbf{u(0{,}3 < X \le 0{,}6) = "acceptabil"}\ ; \\ \mathbf{u(X > 0{,}6) = "excelent"} \end{cases}$$

valorile functiei de utilitate : { “ rau “ , “ acceptabil “ , “ excelent”}.

- functii de utilitate **de tip cardinal** (adica : avand valori numerice) ;

Calitatile unei functii de utilitate de tip cardinal sunt urmatoarele :

- a : daca situatia S_1 este mai buna decat situatia S_2 , atunci trebuie sa avem

$$u(S_1) > u(S_2);$$

- b : daca avem :

$$\frac{u(S_1)}{u(S_2)} = k > 1 \ ,$$

atunci : situatia S_1 este de " k " ori mai buna decat situatia S_2 .

Nota : in cazul aleator , criteriul cel mai folosit este cel al utilitatii medii .
Dar sunt numeroase cazurile in care acest criteriu este irelevant .

De exemplu : - jucatorul arunca o moneda ;
- **aruncarea 1** : - daca apare " banul " , jucatorul nu primeste nimic , iar jocul se termina ;
- daca apare " marca " , atunci : - jucatorul primeste 2 lei
-mai arunca odata ;

- **aruncarea 2** : - daca apare " banul " , jucatorul nu primeste nimic , iar jocul se termina ;
- daca apare " marca " , atunci : - suma pe care o are se dubleaza
-mai arunca odata , etc.

Asadar , jocul se termina la prima aparitie a banului .
Observare : daca jucatorul este la aruncarea numarul " n+1" , atunci este clar ca in toate cele "n" aruncari precedente a aparut " marca ". In acest caz ,

- suma incasata este de 2^n lei

- probabilitatea aparitiei acestei situatii este de $\frac{1}{2^n}$.

Asadar , variabila aleatoare care da repartitia castigului este :

$$X = \begin{pmatrix} 2 & 2^2 & 2^3 & \dots & 2^n & \dots \\ \frac{1}{2} & \frac{1}{2^2} & \frac{1}{2^3} & \dots & \frac{1}{2^n} & \dots \end{pmatrix},$$

avand media egala cu :

$$M(X) = \sum_{n=1}^{\infty} 2^n \cdot \frac{1}{2^n} = \text{ fara sens !}$$

S-au facut diverse incercari de a remedia acest neajuns : prezentam in continuare o astfel de incercare :

VARIANTA POISSON - CONDORCET

se presupune ca organizatorul jocului dispune de o suma minima , S_{max} , destinata platii castigurilor.
Daca aceasta suma este depasita , jucatorul nu mai primeste nimic , iar jocul se opreste .

Asadar , dupa " n+1" aruncari (primele "n" fiind aparitii ale marcii , iar ultima- o aparitie a banului) , va fi

$$\min\{2^n, S_{max}\} ,$$

iar media castigurilor va fi de :

$$M_A(X) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \min\{2^n, S_{max}\} .$$

Fie m = solutia inecuatiei :

$$2^n \leq S_{max} < 2^{n+1} ;$$

atunci :

$$M_A(X) = m + \frac{S_{max}}{2^m} .$$

Aici , cantitatea $M_A(X)$ are semnificatia de " pret al unui bilet de loterie " (adica : suma pe care ar trebui sa o ceara ca pret de intrare pentru un jucator , astfel incat organizatorul sa poata – in medie – sa faca fata platilor).

Ca un exemplu , fie S_{max} = 31 mil ROL . Atunci

$$m = [\log_2 S_{max}] + 1 = [\log_2 31] + 1 = 5$$

$$M_A(X) = \mathbf{5} + \frac{\mathbf{31}}{\mathbf{2^5}} = \mathbf{6} ,$$

deci pentru S_{max} = 31 mil ROL , se vor plati in medie 6 ROL / castig.

VARIANTA BERNOULLI :

- folosim o functie " U " de " utilitate a castigului " , avand structura :

U(x , y) = utilitatea castigului "y" in conditiile in care capitalul total este "x" .

Atunci castigul mediu al jucatorului se inlocuieste cu **utilitatea medie a castigului** , anume :

$$\overline{U}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\cdot U(S_{max}\ ,\ 2^n)\ .$$

Pentru functia de utilitate a castigului , prezentam urmatoarele variante traditionale :

- **utilitatea transcendenta** : $U(x,y)=\sqrt[x]{y}\ \Leftrightarrow U(S_{max},2^n)=2^{\frac{n}{S_{max}}}$.

-**utilitatea log – rationala** :

$$U(x,y)=-\ln\left(\frac{y}{x}\right)\Leftrightarrow U(S_{max},2^n)=-\ln\left(\frac{2^n}{S_{max}}\right)\ .$$

Precizare : utilitatea log – rationala permite numai studii comparative , nu si aprecieri cu caracter absolut (adica : pot spune care din doua variante este mai buna , dar nu pot aprecia cat de buna este o singura varianta luata in studiu) .

Model de aplicare : ce varianta este mai utila pentru un jucator :

- varianta A: sa accepte $S_{max} = 40$

- varianta B: sa accepte $S_{max} = 80$

Rezolvare : -1 : folosind utilitatea transcedentala :

- pentru $S_{max} = 40$: $\overline{U}_1=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\cdot 2^{\frac{n}{40}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{\frac{39\cdot n}{40}}}=1{,}036$;

- pentru $S_{max} = 80$: $\overline{U}_2=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^n}\cdot 2^{\frac{n}{80}}=\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{2^{\frac{79\cdot n}{80}}}=1{,}018$.

Cum $\overline{U}_1 > \overline{U}_2$, jucatorul ar trebui sa prefere varianta **A** : $S_{max} = 40$.

-2 : folosind utilitatea transcedentala :

- pentru $S_{max} = 40$: $\overline{U}_1 = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \ln\left(\frac{2^n}{40}\right) = -2{,}303$;

- pentru $S_{max} = 80$: $\overline{U}_2 = -\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n} \cdot \ln\left(\frac{2^n}{80}\right) = -3$.

Cum $\overline{U}_1 > \overline{U}_2$, jucatorul ar trebui sa prefere tot varianta **A** : $S_{max} = 40$.

AXIOMATICA VON NEUMANN – MORGENSTERN
privind functia de utilitate .

- Se lucreaza cu multimea de obiecte M = { a,b , c , … } ;

- pe M este valabil un sistem de relatii binare , cu intelesul :

  - daca $x \cong y$, atunci : "x" nu este mai bun decat "y" ; $x, y \in M$;
  - daca $x \approx y$, atunci : "x" este mai bun decat "y" ; $x, y \in M$;
  - daca $x \sim y$, atunci : "x" nu este mai bun decat "y" ; $x, y \in M$;

Acest sistem de relatii binare trebuie sa verifice conditiile :

$$(x \approx y) \Leftrightarrow (x \cong y) \text{ si } NON (y \cong x)$$

$$(x \sim y) \Leftrightarrow (x \cong y) \text{ si } (y \cong x)$$

== // ==

Notam I = [0 ; 1] ; definim **multimea loteriilor pe M** , astfel :

o loterie este un obiect de forma : $(p ; x \ / \ 1-p \ ; y)$,

unde : $x, y \in M ; \ p \in I$.

Semnificatia unui astfel de obiect este urmatoarea :

am de ales intre realizarea lui "x" , cu probabilitatea " p " , si realizarea lui " y " , cu probabilitatea "1-p"

AXIOMELE LOTERIILOR (von NEUMANN – Morgenstern)

A1 : completitudinea : pentru oricare doua obiecte $x, y \in M$, avem :
sau $x \approx y$, sau $y \approx x$ sau $x \sim y$.

A2 : tranzitivitatea : din $x \approx y$ si $y \approx z$ rezulta $x \approx z$;

A3 : axioma certitudinii : un obiect "x" avut cu certitudine este de preferat oricarei loterii in care apare " x " , adica :

$$x \approx (\, p \,;\, x \,/\, 1-p \,; y\,) \,;$$

A4 : daca "x " il domina pe "y" , atunci orice loterie in care apare "x" il domina pe "y" ;

$$x \approx y \Rightarrow (\, p \,;\, x \,/\, 1-p \,; y\,) \approx y,\ pt.(\forall) p \,;$$

A5: prima axioma de continuitate :

$$x \approx y \approx z \Rightarrow (\, p \,;\, x \,/\, 1-p \,; z\,) \approx y \ ,(\forall)\, p \,;$$

A6 : a doua axioma de continuitate :

$$x \approx y \approx z \Rightarrow y \approx (\, p \,;\, x \,/\, 1-p \,;\, z\,) \ ,(\forall)\, p$$

A7 : $(\, p \,;\, x \,/\, 1-p \,; y\,) \sim (1-p \,;\, y \,/\, p \,; x) \,.$

A8: regula de inmultire a probabilitatilor :

$$[\, p \,;\, (q,\, x \,/ 1-q \,,\, y) \,/\, 1-p, y] \sim (\, p \cdot q \,,\, x \,/\, 1-p \cdot q \,,\, y) \,;$$

A9 : axioma de indiferenta :

$$x \sim y \Rightarrow (p, x / 1-p, z) \sim (p, y / 1-p, z), (\forall) p \,.$$

Consecinte : o functie de utilitate von Neumann – Morgenstern verifica urmatoarele

1. $\mathbf{x \approx y \ \Rightarrow U(x) > U(y)}$

2. $\mathbf{U\left[(p \ , \ x/\ 1-p, y)\right] = p \cdot U(x) \ + (1-p) \cdot U(y)}$.

Precizare : in cele expuse , un obiect " x" din M se identifica cu loteria

$$\mathbf{\left(p, x/1-p, x\right)}$$

== // ==

CLASIFICAREA ATITUDINILOR INVESTITORULUI FATA DE RISC

Vom analiza in prealabil urmatorul model :

- un consumator dispune de capitalul initial S_0 ;

- consumatorul imprumuta o suma C , pe care o garanteaza cu suma S_0 ;

- el apreciaza ca :

  - probabilitatea succesului este egala cu "p" ; prin " succes " se intelege obtinerea unui profit egal cu B ;
  - probabilitatea esecului este egala cu " 1 – p " ; prin " insucces " se intelege obtinerea unui profit egal cu 0 .

Atunci , variabila aleatoare " profit net " are aspectul

$$\mathbf{K = \begin{pmatrix} B-C & 0-C \\ p & 1-p \end{pmatrix}},$$

cu o medie egala cu :

$$\mathbf{M(K) = p \cdot (\ B-C\ ) + (\ 1-p) \cdot (\ 0-C\ ) =}$$
$$\mathbf{= p \cdot (\ B-C\ ) - (\ 1-p\ ) \cdot C}$$

Suma ramasa in final va avea repartitia :

$$\mathbf{S} = \begin{pmatrix} \mathbf{S_0 + B - C} & \mathbf{S_0 - C} \\ \mathbf{p} & \mathbf{1 - p} \end{pmatrix} = \mathbf{S_0 + K}$$

cu media :

$$\mathbf{M(S) = S_0 - C + p \cdot B}.$$

Utilitatea sumei finale S este :

$$\mathbf{U(S)} = \begin{pmatrix} \mathbf{U(S_0 + B - C)} & \mathbf{U(S_0 - C)} \\ \mathbf{p} & \mathbf{1 - p} \end{pmatrix} ,$$

cu utilitatea medie :

$$\mathbf{M(U(S)) = p \cdot U(S_0 + B - C) + (1 - p) \cdot U(S_0 - C)}.$$

Atunci :

investitia merita riscul ,daca utilitatea pastrarii capitalului S_0 in forma neinvestita este mai mica decat utilitatea medie finala

deci :

$$\boxed{\mathbf{U(S_0) < M[U(S)]}}$$

Observare : cantitatea D , pentru care avem

$$\boxed{\mathbf{U(S_0 + D) = M[U(S)]}}$$

se numeste ***echivalentul sigur al proiectului riscant*** .

Exemplul 2 : - capitalul initial este de : $S_0 = 100$
- beneficiul scontat : B = 140
- sansele de reusita sunt apreciate ca fiind : p = 0,7
- functia de utilitate este :

$$\mathbf{U(x) = 2^{100-x}}$$

Sa se determine valoarea imprumutului , pentru care investitia merita facuta.

Rezolvare : - utilitatea sumei initiale este :

$$\mathbf{U(S_0) = 2^{100-S_0} = 1} \ ;$$

- variabila aleatoare " suma finala " are repartitia :

$$\mathbf{S = \begin{pmatrix} S_0 + B - C & S_0 - C \\ p & 1-p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 240 - C & 100 - C \\ 0{,}7 & 1-p \end{pmatrix}} \ ;$$

$$\mathbf{M(S) = 198 - C}$$

- utilitatea mediei finale : $\mathbf{U[M(S)] = 2^{100-(198-C)} = 2^{C-98}}$

- conditia de indiferenta :

$$\mathbf{U(S_0) = U[M(S)] \Leftrightarrow 2^{C-98} = 1 \Leftrightarrow C = 98}.$$

Raspuns : imprumutul minim este de C = 98 .

== // ==

Exemplul 3 : - capitalul initial este $S_0 = 100$
- suma imprumutata : C = 80
- beneficiu scontat : B = 200
- p = 0,8
- functia de utilitate este : $\mathbf{U(x) = 2^{\frac{100}{x}}}$

Se cere echivalentul sigur al operatiunii .

Rezolvare :

$$S = \begin{pmatrix} S_0 + B - C & S_0 - C \\ p & 1 - p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 220 & 20 \\ 0{,}8 & 0{,}2 \end{pmatrix}$$

;

$$\Rightarrow M(S) = 180$$

- utilitatea sumei medii : **U(180) =** $2^{\frac{100}{180}}$;

- **U (S_0+d) =** $2^{\frac{100}{100+d}}$;

- din : $2^{\frac{100}{180}} = 2^{\frac{100}{100+d}} \Rightarrow d = 80$,

Rezultatul are sensul urmator :

“ decat sa pornesti toata afacerea , mai bine iti dau eu acuma suma de 80 , si vei fi la fel de multumit “ .

== // ==

Concluzii finale :

- se inregistreaza “ aversiune fata de risc “ in cazurile in care

$$U[M(S)] > M[U(S)],$$

adica :

castigul mediu este mai util decat media utilitatilor castigurilor separate

(sau , mai clar spus : “ mai bine sa-mi dai toata suma odata , decat cate putin de multe ori “).

- se inregistreaza " preferinta pentru risc " in cazurile in care

$$U[M(S)] < M[U(S)],$$

adica :

media utilitatilor este mai atractiva decat utilitatea medie

(sau , mai clar spus : " decat sa castig odata pe luna o suma mare , mai bine sa castig zilnic cate mai putin ") .

== // ==

<u>INDICII *ARROW – PRATT* DE APRECIERE A NIVELULUI RISCULUI</u>

- indicele absolut de risc :

$$\boxed{IAR(U,S) = -\frac{U''(S)}{U'(S)}}$$

- indicele relativ de risc :

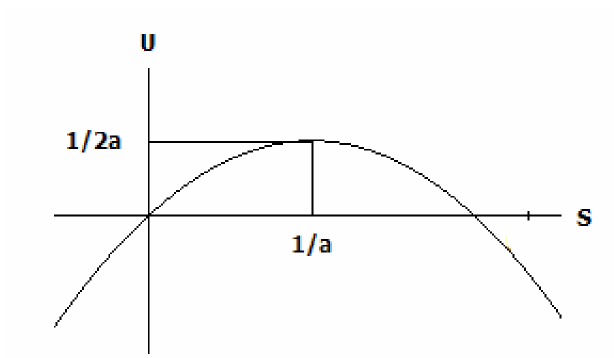
$$\boxed{IRR(U,S) = -\frac{U''(S)}{U'(S)} \cdot S}$$

EXEMPLE DE FUNCTII DE UTILITATE

1. functia patratica : $U(x,a) = -\frac{a}{2} \cdot x^2 + x \ , \ a > 0$

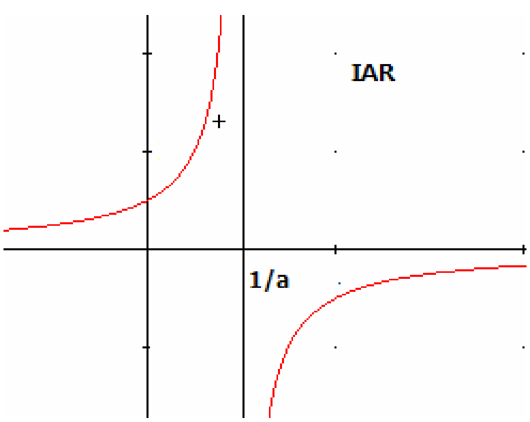
Calitati : - este crescatoare pe $\left(-\infty \ ; \ \frac{1}{a}\right)$ si descrescatoare pe $\left(\frac{1}{a};\infty\right)$;

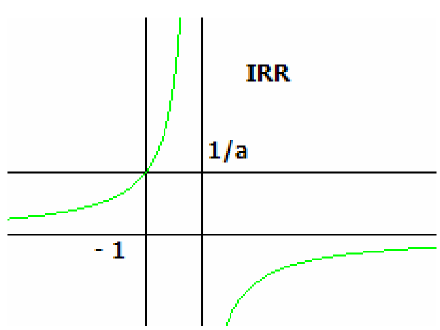
- are maximul $u_{max} = \frac{1}{2 \cdot a}$ pentru $x = \frac{1}{a}$



- indicatorii de risc : $IAR\,(u,s) = \frac{a}{1 - a \cdot s}$; $IRR\,(u,s) = \frac{a \cdot s}{1 - a \cdot s}$

(am notat : IAR = indicator absolut de risc ; IRR = indicator relativ de risc) .





-2 : functia exponentiala : $U(x,a) = -e^{-a \cdot x}$, $a > 0$.

- proprietati : - este crescatoare si concava ;

- avem $\mathbf{IRR(u,s) = a}$; $\mathbf{IAR(u,s) = a \cdot s}$.

- 3 : functia izoelastica :

$$U(x,a) = \frac{1}{1-a} \cdot x^{1-a} , \quad a > 0 \; ; \; a \neq 1$$

- proprietati : - este crescatoare pe (0, ∞) si concava pentru a > 0 ;

- $\mathbf{IRR(u,s) = \frac{a}{s}}$; $\mathbf{IAR(u,s) = a}$

== // ==

A P L I C A T I I

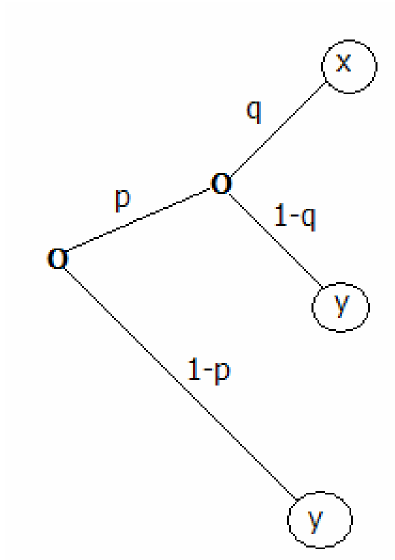
1 . Un chestionar asupra riscului a condus la urmatorul tabel sintetic:

caracteristica A \ caract. B	b1			b2		
	mic	mediu	mare	mic	mediu	mare
a1	37	10	3	24	10	16
a2	18	22	10	15	15	20

Folosind scala **: " risc mic " = 10 ; " risc mediu " = 5 ; " risc mare " = 0** ,
sa se ordoneze variantele **(a_1 , b_1) , (a_1 , b_2) , (a_2 , b_1) , (a_2 , b_2)** in ordinea crescatoare a gradului de risc , folosind ca functie de utilitate riscul agregat.

== // ==

2 . Sa se transcrie schema urmatoare :



sub forma unei loterii , $\left(\pi, x \;/\; 1-\pi, y\right)$, precizand care este expresia probabilitatii $\boldsymbol{\pi}$

in functie de probabilitatile p , q.

== // ==

3 . Fie loteria $\mathbf{L} = \left(\mathbf{p}, \mathbf{x} \;/\; \mathbf{1-p}, \mathbf{y}\right)$ unde variabilele **x , y** au repartitiile independente

$$\mathbf{x} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0{,}7} & \mathbf{0{,}3} \end{pmatrix}; \; \mathbf{y} = \begin{pmatrix} \mathbf{1} & \mathbf{2} \\ \mathbf{0{,}4} & \mathbf{0{,}6} \end{pmatrix}$$

Se cere valoarea probabilitatii "**p**" , pentru care dispersia loteriei **L** este minima .